

文章编号: 1001-4632 (2022) 02-0161-11

引用格式: 闫璐, 张琦, 丁舒忻, 等. 基于双目标优化的高速铁路列车运行调整[J]. 中国铁道科学, 2022, 43(2): 161-171.

Citation: YAN Lu, ZHANG Qi, DING Shuxin, et al. High-Speed Railway Train Operation Adjustment Based on Bi-Objective Optimization [J]. China Railway Science, 2022, 43 (2): 161-171.

# 基于双目标优化的高速铁路列车运行调整

闫璐<sup>1</sup>, 张琦<sup>2,3</sup>, 丁舒忻<sup>2,3</sup>, 王荣笙<sup>1,2,3</sup>

(1. 中国铁道科学研究院 研究生部, 北京 100081;

2. 中国铁道科学研究院集团有限公司 通信信号研究所, 北京 100081;

3. 中国铁道科学研究院集团有限公司 国家铁路智能运输系统工程技术研究中心, 北京 100081)

**摘 要:** 针对高速铁路列车运行中因干扰而产生的列车运行晚点情况, 以车站作业、区间运行、追踪间隔等时间为约束条件, 以最小化列车总晚点时间和最小化列车到发时刻调整次数为双优化目标, 构建高速铁路列车运行的双目标优化模型, 并通过定义辅助矩阵将其转化为线性规划模型; 设计改进的 $\epsilon$ -约束法, 通过商用求解器 GUROBI 求解模型。以京沪高铁北京南至泰安段为例, 设计 3 种干扰场景, 采用该模型和算法进行列车运行调整, 并与其分别采用加权法和先到先服务法求解的结果进行对比验证。结果表明: 提出的模型和改进的 $\epsilon$ -约束法能够有效生成不同列车到发时刻调整次数下的调度策略, 为调度员提供不同偏好下的决策方案; 与加权法和先到先服务法相比, 改进的 $\epsilon$ -约束法能够得到整个帕累托前沿, 尤其是非凸前沿, 并且在非支配解个数、迭代距和超体积 3 个优化性能评价指标上均具有明显优势, 能得到更优的列车运行调整方案。

**关键词:** 高速铁路; 列车运行调整; 列车晚点; 多目标优化;  $\epsilon$ -约束法

**中图分类号:** U292.4 **文献标识码:** A

**doi:** 10.3969/j.issn.1001-4632.2022.02.18

高速铁路列车运行存在“高密度”的特征<sup>[1]</sup>, 一旦受到突发事件影响, 往往会引发列车晚点, 并在线路和路网中传播, 情况严重时会给运输组织和旅客正常出行造成极大影响。根据晚点的原因和程度, 可将引发晚点的内外界扰动分为 2 种类型: 一种是一般干扰, 如旅客乘降作业超时等; 另一种是严重干扰, 如因风、雨、雪等自然灾害或设备故障产生的长时间封锁等<sup>[2]</sup>。无论哪种干扰, 均将导致列车运行在一定程度上偏离既定计划的后果, 此时就需要进行列车运行调整。列车运行调整是实现“按图行车”的关键, 也是高速铁路列车安全、高效、有序、正点运行的基础<sup>[3]</sup>。

国内外众多学者已对列车运行调整问题开展了大量研究<sup>[4-7]</sup>。现阶段的研究通常考虑多个优化目标, 其中减少列车总晚点时间多为主要目标, 其他

优化目标包括提高旅客满意度、减少取消列车数量等。这些需要优化的目标之间往往互相冲突, 需要权衡决策者对不同优化目标的偏好程度, 从而得到不同的帕累托 (Pareto) 最优解。目前大部分研究采用前决策 (a priori) 的方式<sup>[8-14]</sup>, 考虑决策者已经提供了全局偏好信息, 在此基础上搜寻该偏好下的一个 Pareto 最优解。LI 等<sup>[8]</sup> 针对车站股道封锁不确定恢复时间, 考虑最小化晚点成本和股道调整成本, 建立混合整数非线性规划模型, 采用 2 阶段法求解, 第 1 阶段通过贪心算法求解列车调整后的到发时间和次序, 并在该决策方案下采用遗传算法调整车站股道, 完成第 2 阶段求解。文献<sup>[9-13]</sup> 均考虑最小化取消列车趟数和总晚点时间, 通过商用求解器 CPLEX 或 GUROBI 求解。WANG 等<sup>[14]</sup> 针对初始晚点, 以最小化列车总晚点时间和严重晚

收稿日期: 2021-01-29; 修订日期: 2021-05-18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (U1834211, 61790575, U1934220); 中国铁道科学研究院集团有限公司科研开发基金资助项目 (2020YJ225)

第一作者: 闫璐 (1982—), 女, 天津人, 副研究员, 博士研究生。E-mail: yanlu820814@163.com

通讯作者: 张琦 (1968—), 男, 上海人, 研究员, 博士。E-mail: gorgeous@139.com

点列车趟数为优化目标,建立混合整数规划模型,并提出遗传算法结合粒子群算法的求解方法。目前大部分文献都采用对不同优化目标线性加权的形式确定决策者偏好信息,这样虽然不需要大量计算,但决策者的全局偏好信息并不能准确获得。

还有部分研究采用后决策(a posteriori)方式,即先搜索整个Pareto前沿,再在该前沿中选择最偏好的解。该方法并不需要知道决策者的全局偏好信息,而且可找到整个Pareto前沿的近似解集,但需要很大的计算代价。SHAKIBAYIFAR等<sup>[15]</sup>针对区间封锁,以最小化列车终点站晚点时间和最小化列车发车运行偏差建立双目标优化模型,采用多目标邻域搜索算法求解。BINDER等<sup>[16]</sup>针对车站存在多个股道封锁,考虑最小化旅客不满意(换乘时间)、运营成本和调整成本,建立整数规划模型,通过CPLEX结合 $\epsilon$ -约束法进行求解。ALTAZIN等<sup>[17]</sup>针对列车晚点,考虑最小化恢复时间、旅客不满意(等待时间和车内时间)、调整操作(如取消车次、列车折返、增加停站、跳停等)总数、总晚点时间和晚点事件个数,采用启发式方法求解并通过仿真进行评价。然而上述研究并未计算整个Pareto前沿,缺失了部分非支配解。

针对高速铁路列车运行中的晚点情况,综合考虑区间运行干扰和车站停车作业干扰,通过调整列车到发时刻和列车次序,以最小化列车总晚点时间和列车到发时刻调整次数为双优化目标,建立高速铁路列车运行调整的混合整数非线性规划模型,并通过定义辅助矩阵将其转化为线性规划模型;提出改进的 $\epsilon$ -约束法求解模型。通过算例以及加权法和先到先服务方法对比,验证模型和求解算法。

## 1 优化模型

以最小化列车总晚点时间和最小化列车到发时刻调整次数为双优化目标,以车站作业、区间运行、追踪间隔等时间条件为约束条件,构建高速铁路列车运行调整的双目标优化模型。

### 1.1 模型假设

结合实际情况首先做如下假设:

(1) 列车运行调整的方式包括调整列车到发时刻和列车次序;

(2) 突发事件最终表征为列车在区间运行时和在车站停车作业时受到的干扰;

(3) 车站均满足接发车能力限制。

### 1.2 模型参数和决策变量定义

定义模型参数: $i, l$ 为列车编号; $N$ 为列车总数; $j$ 为车站编号; $J$ 为车站总数; $k$ 为区间编号; $K$ 为区间总数; $\tau_{ij}^s$ 为列车 $i$ 在车站 $j$ 的图定到站时刻; $\tau_{ij}^e$ 为列车 $i$ 在车站 $j$ 的图定发车时刻; $\alpha_i$ 为列车 $i$ 的始发站车站编号; $\beta_i$ 为列车 $i$ 的终到或交出车站编号; $t_{ij}^{\min, dwell}$ 为列车 $i$ 在车站 $j$ 的最小作业时间(停站时间); $t_{ik}^{\min, run}$ 为列车 $i$ 在区间 $k$ 的最小运行时间; $I_k$ 为区间 $k$ 的最小追踪间隔时间; $M$ 为足够大的正整数; $t_{ik}^{\min, dis}$ 为列车 $i$ 在区间 $k$ 受到干扰时增加的区间运行时间(区间运行干扰时间); $t_{ij}^{dwell, dis}$ 为列车 $i$ 在车站 $j$ 受到干扰时增加的车站停车作业时间(车站停车作业干扰时间); $T^{\min, dis}$ 为含有区间运行干扰的列车及对应的区间集合; $T^{dwell, dis}$ 为含有车站停车作业干扰的列车及对应的车站集合。

定义决策变量: $x_{ij}^s$ 为列车 $i$ 在车站 $j$ 的实际到站时刻; $x_{ij}^e$ 为列车 $i$ 在车站 $j$ 的实际发车时刻; $q_{ilk}$ 为0-1决策变量,表示列车 $i$ 和列车 $l$ 在区间 $k$ 的实际次序,当列车 $i$ 先于列车 $l$ 进入区间 $k$ 时取值为1,否则取值为0。

### 1.3 目标函数

受到晚点影响后调度部门需要进行列车运行调整,使列车尽快恢复正点运行。对于受到影响的列车来说,在不同车站调整到发时间,会影响车站当前作业,增加相关作业人员负担。因此,以最小化列车总晚点时间和最小化列车到发时刻调整次数为目标函数。

#### 1) 列车总晚点时间最少

定义列车总晚点时间等于运行调整之后所有列车到站时刻与图定到站时刻的差值加上列车发车时刻与图定发车时刻的差值,则列车总晚点时间最少的目标函数 $f_1(x)$ 可表示为

$$f_1(x) = \min \left[ \sum_{i=1}^N \sum_{j=\alpha_i}^{\beta_i} (x_{ij}^s - \tau_{ij}^s + x_{ij}^e - \tau_{ij}^e) \right] \quad (1)$$

其中,

$$x = (x_{ij}^s \quad x_{ij}^e)_{N \times J}$$

式中: $x$ 为实际到站时刻和实际发车时刻。

#### 2) 列车到发时刻调整次数最少

定义列车到发时刻调整次数等于所有列车到站和发车的总晚点次数,即晚点1次就需要调整1次,则列车到发时刻调整次数最少的目标函数 $f_2(x)$ 可表示为

$$f_2(x) = \min \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{j=\alpha_i}^{\beta_i} \left[ \text{sgn}(x_{ij}^s - \tau_{ij}^s) + \text{sgn}(x_{ij}^e - \tau_{ij}^e) \right] \right\} \quad (2)$$

式中： $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数，返回对应参数的正负号（参数为0则返回值为0），由于调整之后列车到站或发车时刻不允许早于图定时刻，返回值不为负数，若调整后列车到站或发车时刻晚于图定时刻，则返回值为1，记录晚点1次；若等于图定时刻，则返回值为0，不记录晚点次数。

### 1.4 约束条件

为了保证列车运行安全，合理利用接发列车能力、车站通过能力以及区间通过能力，建立的模型应满足如下约束条件。

#### 1) 车站停站时间约束

列车  $i$  在车站  $j$  存在停车作业干扰时对运行图的影响如图 1 所示。图中：黑色实线表示计划运行线，对应停站时间为图定停站时间；红色虚线表示最小停站时间下的运行线；蓝色虚线表示含有车站停车作业干扰时间下的运行线，此时列车停站时间在图定停站时间基础上增加干扰时间，该干扰时间为车站停站缓冲时间吸收之后的干扰时间。

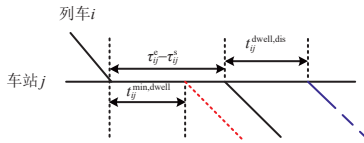


图 1 车站停车作业存在干扰时对运行图的影响

对于含有车站停车作业干扰的列车，调整之后的列车停站时间必须不小于该列车在该站的图定停站时间与车站停车作业干扰时间之和；对于不含车站停车作业干扰的列车，调整之后的列车停站时间必须不小于该列车在该站的最小停站时间，即

$$x_{ij}^e - x_{ij}^s \geq \begin{cases} \tau_{ij}^e - \tau_{ij}^s + t_{ij}^{\text{dwell},\text{dis}} & i \in \{1, \dots, N\}, \\ & j \in \{\alpha_i, \dots, \beta_i\}, (i, j) \in T^{\text{dwell},\text{dis}} \\ t_{ij}^{\text{min},\text{dwell}} & i \in \{1, \dots, N\}, \\ & j \in \{\alpha_i, \dots, \beta_i\}, (i, j) \notin T^{\text{dwell},\text{dis}} \end{cases} \quad (3)$$

式中： $(i, j) \in T^{\text{dwell},\text{dis}}$  和  $(i, j) \notin T^{\text{dwell},\text{dis}}$  分别为含有、不含车站停车作业干扰的列车及对应的车站。

#### 2) 区间运行时间约束

列车  $i$  在区间  $k$  存在区间运行干扰时对运行图的影响如图 2 所示。图中：黑色实线表示计划运行线，对应区间运行时间为图定运行时间；红色虚线

表示最小区间运行时间下的运行线；蓝色虚线表示含有区间运行干扰时间下的运行线，此时列车区间运行时间在图定运行时间基础上增加的干扰时间，即为区间运行缓冲时间吸收之后的干扰时间。

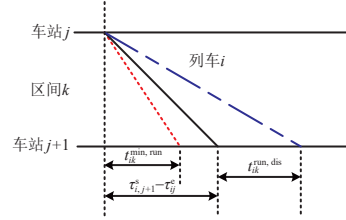


图 2 区间运行时间存在干扰时对运行图的影响

对于含有区间运行干扰的列车，调整之后的列车区间运行时间必须不小于该列车在该区间的图定运行时间与区间运行干扰时间之和；对于不含区间运行干扰的列车，调整之后的列车区间运行时间必须不小于该区间的最小运行时间，即

$$x_{i,j+1}^s - x_{ij}^e \geq \begin{cases} \tau_{i,j+1}^s - \tau_{ij}^e + t_{ik}^{\text{run},\text{dis}} & i \in \{1, \dots, N\}, \\ & j \in \{\alpha_i, \dots, \beta_i - 1\}, k = j, (i, k) \in T^{\text{run},\text{dis}} \\ t_{ik}^{\text{min},\text{run}} & i \in \{1, \dots, N\}, \\ & j \in \{\alpha_i, \dots, \beta_i - 1\}, k = j, (i, k) \notin T^{\text{run},\text{dis}} \end{cases} \quad (4)$$

式中： $(i, k) \in T^{\text{run},\text{dis}}$  和  $(i, k) \notin T^{\text{run},\text{dis}}$  分别指含有、不含区间运行干扰的列车及对应的区间。

#### 3) 列车到发间隔时间约束

对于在同一区间内运行的相邻列车，其到站和发车间隔时间必须不小于最小追踪间隔时间，即

$$x_{lj}^e - x_{ij}^e \geq I_k q_{ilk} - M(1 - q_{ilk}) \quad i, l \in \{1, \dots, N\}, \quad i \neq l, j \in \{\alpha_i \vee \alpha_l, \dots, \beta_i \wedge \beta_l - 1\}, k = j \quad (5)$$

$$x_{l,j+1}^s - x_{i,j+1}^s \geq I_k q_{ilk} - M(1 - q_{ilk}) \quad i, l \in \{1, \dots, N\}, i \neq l, j \in \{\alpha_i \vee \alpha_l, \dots, \beta_i \wedge \beta_l - 1\}, k = j \quad (6)$$

式中： $\vee$ 和 $\wedge$ 分别表示“或”和“且”，用于计算相邻列车始发车站编号最大值和相邻列车终到或交出车站编号最小值； $q_{ilk}$ 与 $q_{lik}$ 均为列车在区间次序的决策变量，二者取值不同，即 $q_{ilk} = 1$ 时 $q_{lik} = 0$ ， $q_{ilk} = 0$ 时 $q_{lik} = 1$ 。

#### 4) 列车到发时刻约束

列车在车站实际发车时刻必须不小于图定发车时刻与停车作业干扰时间之和，实际到站时刻必须不小于图定到站时刻与区间运行干扰时间之和，即

$$x_{ij}^e \geq \tau_{ij}^e + t_{ij}^{\text{dwell,dis}} \quad i \in \{1, \dots, N\},$$

$$j \in \{\alpha_i, \dots, \beta_i\} \quad (7)$$

$$x_{i,j+1}^s \geq \tau_{i,j+1}^s + t_{ik}^{\text{nm,dis}} \quad i \in \{1, \dots, N\},$$

$$j \in \{\alpha_i, \dots, \beta_i - 1\}, k = j \quad (8)$$

### 5) 决策变量约束

列车实际到发时刻决策变量必须为非负变量, 列车在区间的次序决策变量必须为0—1变量, 即

$$x_{ij}^s, x_{ij}^e \geq 0 \quad i \in \{1, \dots, N\}, j \in \{\alpha_i, \dots, \beta_i\} \quad (9)$$

$$q_{ik} \in \{0, 1\} \quad i, l \in \{1, \dots, N\}, i \neq l, j \in$$

$$\{\alpha_i \vee \alpha_l, \dots, \beta_i \wedge \beta_l - 1\}, k = j \quad (10)$$

## 1.5 模型处理

式(2)中存在 $\text{sgn}(\cdot)$ 符号函数, 因此需要将其转换为线性模型再进行处理。定义辅助矩阵 $c_1 = [c_{1,ij}]_{N \times J}$ 和 $c_2 = [c_{2,ij}]_{N \times J}$ , 赋值为

$$\begin{cases} c_{1,ij} = \text{sgn}(x_{ij}^s - \tau_{ij}^s) \\ c_{2,ij} = \text{sgn}(x_{ij}^e - \tau_{ij}^e) \end{cases}$$

$$i \in \{1, \dots, N\}, j \in \{\alpha_i, \dots, \beta_i\} \quad (11)$$

通过式(11)将式(2)中的参数替换, 使后者转换为式(12)所示的混合整数线性规划模型。由此建立的列车运行调整双目标优化模型P0为

式(1)

$$f_2(x) = \min \left[ \sum_{i=1}^N \sum_{j=\alpha_i}^{\beta_i} (c_{1,ij} + c_{2,ij}) \right] \quad (12)$$

s.t.

式(3)—式(10)

$$Mc_{1,ij} \geq x_{ij}^s - \tau_{ij}^s \quad i \in \{1, \dots, N\}, j \in \{\alpha_i, \dots, \beta_i\} \quad (13)$$

$$Mc_{2,ij} \geq x_{ij}^e - \tau_{ij}^e \quad i \in \{1, \dots, N\}, j \in \{\alpha_i, \dots, \beta_i\} \quad (14)$$

$$c_{1,ij} \leq x_{ij}^s - \tau_{ij}^s \quad i \in \{1, \dots, N\}, j \in \{\alpha_i, \dots, \beta_i\} \quad (15)$$

$$c_{2,ij} \leq x_{ij}^e - \tau_{ij}^e \quad i \in \{1, \dots, N\}, j \in \{\alpha_i, \dots, \beta_i\} \quad (16)$$

$$c_{1,ij}, c_{2,ij} \in \{0, 1\} \quad i \in \{1, \dots, N\}, j \in \{\alpha_i, \dots, \beta_i\} \quad (17)$$

该模型属于NP-hard问题<sup>[3]</sup>, 无法在多项式时间内找到整个Pareto前沿, 需要将其转换为单目标优化模型(例如加权法或 $\epsilon$ -约束法), 通过商用求解器(如CPLEX, GUROBI等)对一定规模下的问题在合理时间内得到Pareto前沿。

## 1.6 相关定义

参考文献[18], 针对本文基于双目标优化的高速铁路列车运行调整问题, 引入如下定义。

定义1 (Pareto支配): 目标向量 $u$ 和 $v$ 为2个可行解集对应的优化目标, 目标向量 $u$ 支配 $v$ (记作 $u \succ v$ ), 当且仅当 $u_b \leq v_b, \forall b \in \{1, 2, \dots, B\}$  ( $B$ 为目标个数), 且 $u \neq v$ 。

定义2 (Pareto有效性): 对于可行解 $x$ , 不存在其他可行解 $y$ , 其目标函数值构成的目标向量 $f(x)$ 和 $f(y)$ 满足Pareto支配关系 $f(y) \succ f(x)$ , 则说明解 $x$ 为Pareto有效性解, 又称为非支配解。

定义3 (Pareto解集, Pareto Set): 所有满足Pareto有效性的解的集合称为Pareto解集, 又称为非支配解集, 记为 $A^{\text{PS}}$ 。

定义4 (Pareto前沿, Pareto Front): 所有Pareto最优目标向量的集合称为Pareto前沿, 记为 $A^{\text{PF}} = \{f(x) | x \in A^{\text{PS}}\}$ 。

定义5 (理想点, Ideal Point): 向量 $z^{\text{Ideal}} = (z_1^{\text{Ideal}}, \dots, z_B^{\text{Ideal}})$ 中每个元素都为每个目标函数 $f_b(x)$ 的最优解, 可以通过 $z_b^{\text{Ideal}} = \min f_b(x)$ 求得理想点。

定义6 (最差点, Nadir Point): 向量 $z^{\text{Nadir}} = (z_1^{\text{Nadir}}, \dots, z_B^{\text{Nadir}})$ 中的每个元素都为每个目标函数 $f_b(x)$ 在Pareto前沿上的最大值。其中每个元素 $z_b^{\text{Nadir}}$ 定义为 $z_b^{\text{Nadir}} = \max \{f_b(x) | x \in A^{\text{PF}}\}$ 。

## 2 模型求解

求解多目标优化问题的方法包括 $\epsilon$ -约束法和线性加权法, 其原理都是通过将原问题转换为多个不同的单目标优化问题, 从而得到整个Pareto前沿。其中,  $\epsilon$ -约束法是通过将原有多个优化目标分为主目标和其他的次目标, 并将其他的次目标作为约束进行单目标优化求解。相比于线性加权法,  $\epsilon$ -约束法不需要设置权重, 无需对目标函数进行归一化处理, 并能够得到非凸前沿。

对模型P0, 定义 $\epsilon_2 \in [z_2^{\text{Ideal}}, z_2^{\text{Nadir}}]$ 为次目标优化上界, 采用 $\epsilon$ -约束法将目标函数 $f_2(x)$ 转化为约束条件, 则可将其转化为模型P1, 即

式(1)

s.t.

式(3)—式(10), 式(13)—式(17)

$$f_2(x) \leq \epsilon_2 \quad (18)$$

通过修改约束右边的上限 $\epsilon_2$ , 可以得到对应的

Pareto 前沿。

然而  $\epsilon$ -约束法还存在以下 3 个缺陷<sup>[19]</sup>：①在 Pareto 前沿之外存在一些不必要的计算；②无法保证得到所有位于 Pareto 前沿上的解；③当优化目标超过 2 个时会显著增加求解时间。因此，需要对  $\epsilon$ -约束法进行改进。目前主流的改进方法如增广  $\epsilon$ -约束法（包括 AUGMECON<sup>[19]</sup>和 AUGMECON2<sup>[20]</sup>），虽然通过引入松弛变量、确定理想点和最差点等形式确定了约束范围，但求解时增加了额外变量，从求解效率来看优势不足。有必要进一步改进  $\epsilon$ -约束法，在克服上述 3 个缺陷的基础上实现高效求解。

分析式 (2) 可知，优化目标  $f_2(x)$  均为整数情况，可利用理想点和最差点估计出 Pareto 前沿的最大个数。利用每次求解约束优化问题得到对应的次优化目标值  $f_2(x^*)$ ，便能够得到下一次优化的约束上界。相比于传统  $\epsilon$ -约束法固定约束增量下的求解，这种方法能够减少不必要的重复非支配解的计算；相比于增广  $\epsilon$ -约束法，这种方法不仅可减少辅助变量的使用，还能够无须为设置均匀分布的格点的基础上保证求解到整个 Pareto 前沿。

采用改进  $\epsilon$ -约束法求解模型 P1 的步骤如下。

步骤 1：计算理想点，求解不含式 (12) 的优化模型 P0，得到  $z_1^{\text{ideal}}$ ；求解不含式 (1) 的优化模型 P0，得到  $z_2^{\text{ideal}}$ 。

步骤 2：计算最差点，求解不含式 (12) 的优化模型 P0，求解时增加额外约束  $f_2(x) = z_2^{\text{ideal}}$ ，得到  $z_1^{\text{Nadir}}$ ；求解不含式 (1) 的优化模型 P0，求解时增加额外约束  $f_1(x) = z_1^{\text{ideal}}$ ，得到  $z_2^{\text{Nadir}}$ 。

步骤 3：确定次优化目标取值范围，设定约束为次优化目标最大值；根据理想点和最差点得到目标函数  $f_2(x)$  的范围为  $[z_2^{\text{ideal}}, z_2^{\text{Nadir}}]$ ，求解最多  $(z_2^{\text{Nadir}} - z_2^{\text{ideal}} + 1)$  个约束单目标模型 P1 得到对应 Pareto 前沿，并令  $\epsilon_2 = z_2^{\text{Nadir}}$ ，得到对应的模型 P1。

步骤 4：在设置的约束下计算调整方案，求解模型 P1 得到当前最优解  $x^*$ ，记录解  $[f_1(x^*), f_2(x^*)]$ 。

步骤 5：更新约束值，令  $\epsilon_2 = f_2(x^*) - 1$ 。

步骤 6：判断约束值是否为次优化目标最小值，如果  $\epsilon_2 \neq z_2^{\text{ideal}}$ ，则转步骤 4；如果  $\epsilon_2 = z_2^{\text{ideal}}$ ，则继续步骤 7。

步骤 7：输出 Pareto 前沿，将步骤 4 中不同约束下求解模型 P1 得到的解合并，去除其中的支配解，最终构成了模型 P0 对应的 Pareto 前沿。

此外，若决策者仅对部分 Pareto 前沿感兴趣，可以在目标函数  $f_2(x)$  的范围  $[z_2^{\text{ideal}}, z_2^{\text{Nadir}}]$  内选择优化求解部分模型 P1，得到部分感兴趣的非支配解。

### 3 算例分析

选取京沪高铁北京南—泰安区间为例，设置 3 种干扰场景，采用本文模型和改进  $\epsilon$ -约束求解法进行列车运行优化调整；并与同样采用本文模型但模型求解时分别采用加权法和先到先服务 (First-Come-First-Served, FCFS) 的启发式策略 (简称为 FCFS 法) 得到的结果进行比较，验证本文模型和改进  $\epsilon$ -约束法的合理性、有效性。

#### 3.1 算例及参数说明

北京南—泰安区间共有 7 个车站，自北京南开始依次编号为 1, 2, ..., 7。6 个区间的最小运行时间见表 1。车站最小停站时间为 2 min，相邻列车最小追踪间隔为 4 min， $M$  取值为 1 000。下行开行列车 40 趟。

表 1 区间最小运行时间  $t_{ik}^{\text{min, run}}$

序号	区间	最小运行时间/min
1	北京南—廊坊	15
2	廊坊—天津南	14
3	天津南—沧州西	14
4	沧州西—德州东	21
5	德州东—济南西	17
6	济南西—泰安	15

根据不同的干扰情况 (区间运行干扰、车站停车作业干扰)，设置以下 3 个场景。

场景 1：仅由车站停车作业干扰组成。设置列车 2 在北京南停车作业干扰时间为 20 min，列车 20 在廊坊停车作业干扰时间为 20 min，列车 30 在北京南停车作业干扰时间 20 min。

场景 2：仅由区间运行干扰组成。设置列车 4 在北京南—廊坊区间运行干扰时间为 15 min，列车 18 在廊坊—天津南区间运行干扰时间为 20 min，列车 32 在北京南—廊坊区间运行干扰时间为 20 min。

场景 3：由上述 2 种干扰共同组成。设置列车 3 在北京南停车作业干扰时间 20 min，列车 25 在廊坊停车作业干扰时间 10 min，列车 33 在北京南停车作业干扰时间 15 min；列车 6 在北京南—廊坊区间运行干扰时间为 15 min，列车 15 在廊坊—天津南区间运行干扰时间为 20 min，列车 28 在北京南—廊坊区

间运行干扰时间为20 min。

对于上述场景中未提及的列车及其途经区间和车站，均为正常场景，即其对应的区间运行干扰时间和车站停车作业干扰时间均为0。

### 3.2 多目标优化性能指标

为了验证本文提出的改进 $\epsilon$ -约束法的性能，采用了下面经典的多目标优化性能指标。

非支配解个数 (Number of non-dominated solutions, NNS): 该性能指标描述了算法得到的近似 Pareto 前沿, NNS 值越大说明该算法求解能力越强。

迭代距 (Inverted generational distance, IGD)<sup>[21]</sup>: 该指标综合评价了非支配解集的收敛性和多样性, IGD 值越小, 说明非支配解集  $A$  的质量越好。假设  $\Psi^*$  为 1 个均匀分布在 Pareto 真实前沿的集合,  $\Psi$  为 1 个非支配解集, 则  $\Psi$  的 IGD 值  $I^{IGD}$  定义为

$$I^{IGD} = \frac{\sum_{v \in \Psi^*} d(v, \Psi)}{|\Psi^*|} \quad (19)$$

式中:  $v$  为解集  $\Psi^*$  中的 1 个解;  $d(v, \Psi)$  为  $v$  和  $\Psi$  中所有点的最短欧氏距离;  $|\Psi^*|$  为集合  $\Psi^*$  的势。

超体积 (Hypervolume, HV)<sup>[21]</sup>: 该指标通过非支配解和参考点, 计算出超体积。该性能指标同

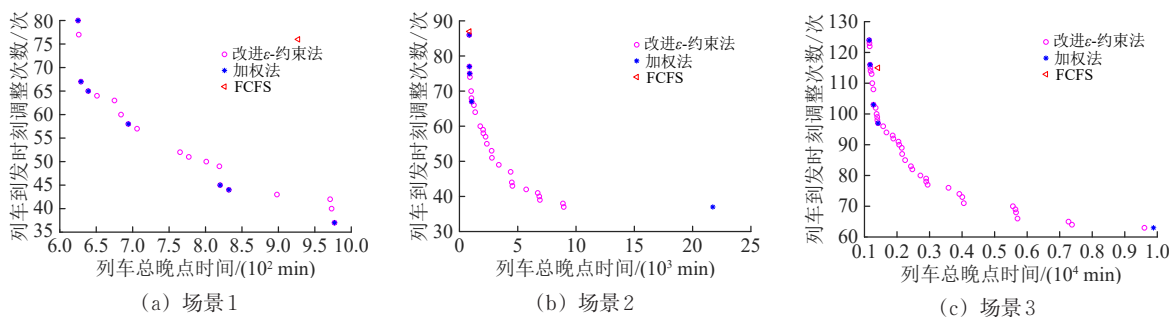


图3 不同场景下的非支配解的分布

(1) 采用改进 $\epsilon$ -约束法求解, 得到了3种场景下的全部 Pareto 前沿。

(2) 采用加权法求解, 在场景1中的前沿为 Pareto 前沿的一部分 (共7个解), 但无法得到对应的非凸前沿 (共12个解), 即调整次数为77, 64, 63, 60, 57, 52, 51, 50, 49, 43, 42和40的解。而在场景2和场景3中, 仅得到了左上角的部分 Pareto 前沿, 而右下角得到的是支配解。这些实验结果说明处理多目标优化问题中, 加权法存在一些缺点。分别为: 无法得到非凸前沿; 受不同优化目标函数值的范围影响, 需要对目标函数进行归一化来避免加权后的单目标优化问题过于偏向优化

时评价了非支配解集的收敛性和多样性。HV 的值越大, 对应算法的性能越好。对于双目标优化问题中的一个非支配解集  $A$ , 其 HV 值  $I^{HV}$  计算如下

$$I^{HV} = \left\{ \bigcup_i V_i \mid \forall x_i \in A \right\} \quad (20)$$

式中:  $x_i$  为非支配解集  $A$  中的 1 个解;  $V_i$  为解  $x_i$  对应的目标值  $f(x_i)$  和参考点为边界构成的矩形体积。

### 3.3 计算结果

针对 3.1 节中给出的 3 种干扰场景, 在 Intel Core i5-8265U CPU 1.60GHz, 8GB 内存, 操作系统 Windows 10, 64 位主机上分别采用改进 $\epsilon$ -约束法、加权法和 FCFS 法求解本文模型。其中改进 $\epsilon$ -约束法和加权法均采用商用求解器 GUROBI 9.1.0, 通过 YALMIP 工具包<sup>[22]</sup> 在 Matlab R2018b 进行仿真求解。GUROBI 各参数采用默认值。加权法以  $w_1 f_1(x) + (1 - w_1) f_2(x)$  为优化目标, 其中  $w_1$  取范围  $[0, 1]$  之间的均匀间隔 0.02 为权重, 权重组合个数为 51。

#### 3.3.1 求解得到的 Pareto 前沿和解

3 种方法得到 3 种场景下的 Pareto 前沿和解如图 3 所示。由图 3 可以得到如下结论。

某 1 个目标函数, 造成重复计算; 加权法在边界值时由于仅优化单个目标, 没有办法保证另 1 个优化目标同时最小, 会出现支配解。而本文提出的改进 $\epsilon$ -约束法能够克服这些缺点。

(3) 采用 FCFS 法求解, 该策略以先到先服务的启发式规则完成运行计划调整, 没有专门对不同的优化目标进行处理, 因此仅能得到 1 个解。对于场景 1 中干扰类型均为车站停车作业干扰的情况, FCFS 法得到的解并不理想, 与 Pareto 前沿的差距较大。而对于场景 2 和场景 3 中含有区间运行干扰的情况, FCFS 法相对效果有所提升。

### 3.3.2 调整后的列车运行图

#### 1) 场景 1

该场景下的列车计划运行图如图 4 所示，不同车次的运行线通过粗细不同区分。运用改进  $\epsilon$ -约束法（优化目标为 (629, 67)）和 FCFS 法（优化目标为 (927, 76)）进行列车运行调整后，得到的运行图分别如图 5 和图 6 所示，图中红色虚线表示运行调整后与原计划运行图不一致的列车运行线。由于加权法得到的结果大部分和改进  $\epsilon$ -约束法相同，这里不做具体分析。由图 4—图 6 可以看出：对于车站停车作业干扰的情况，改进  $\epsilon$ -约束法会更多地通过调整受影响的列车次序完成调整，

而 FCFS 法依然按照干扰之后的列车次序调整到发时刻；针对第 1 个优化目标，FCFS 法得到的结果是改进  $\epsilon$ -约束法的 1.47 倍，总晚点时间多 298 min；在终点站时，改进  $\epsilon$ -约束法下仅有 1 趟列车存在晚点，其他受影响的列车在到达终点站之前均通过调整实现了恢复，而 FCFS 法下还存在 6 趟车到达终点站晚点情况。

#### 2) 场景 2

该场景下，运用改进  $\epsilon$ -约束法（优化目标为 (843, 86)）和 FCFS 法（优化目标为 (857, 87)）进行列车运行调整后，得到的运行图分别如图 7 和图 8 所示。由图 7 和图 8 可以看出：改进  $\epsilon$ -约束法

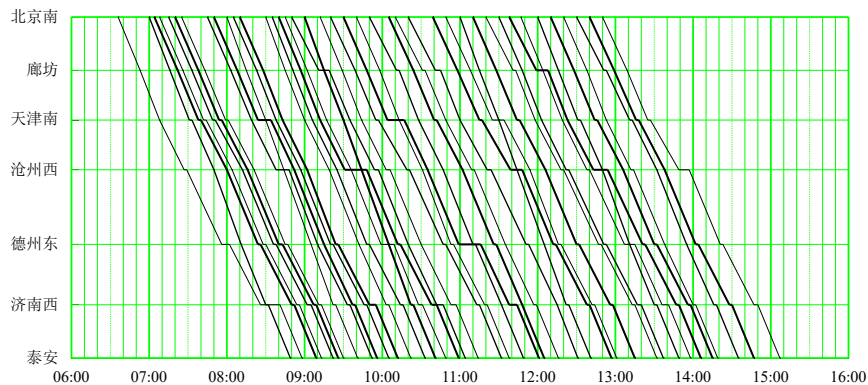


图 4 列车计划运行图

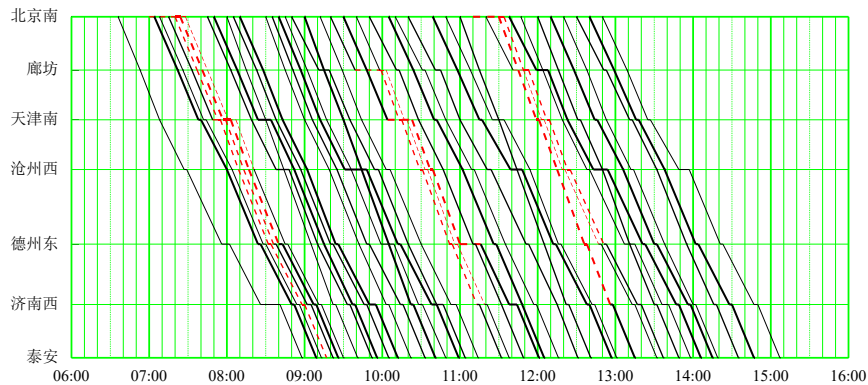


图 5 场景 1 下运用改进  $\epsilon$ -约束法按优化目标 (629, 67) 调整后的列车运行图

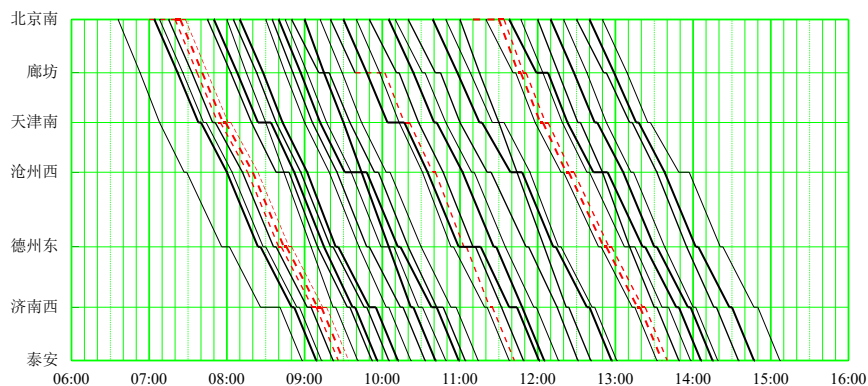


图 6 场景 1 下运用 FCFS 法按优化目标 (927, 76) 调整后的列车运行图

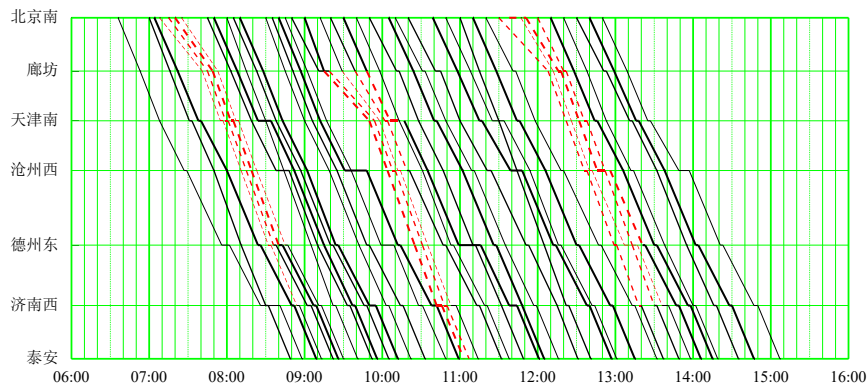


图7 场景2下运用改进 $\epsilon$ -约束法按优化目标(843, 86)调整后的列车运行图

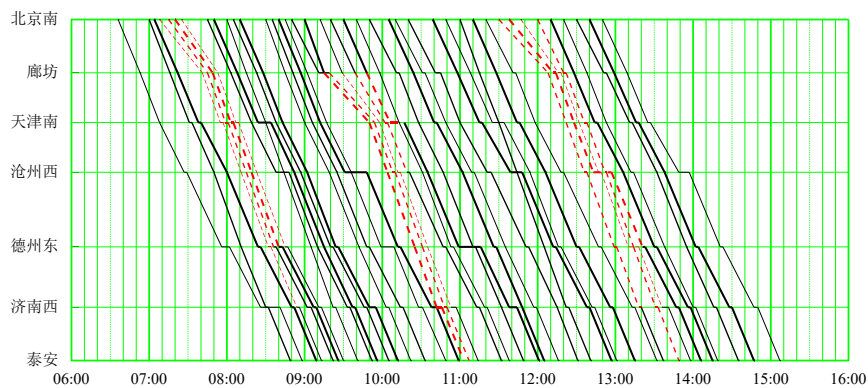


图8 场景2下运用FCFS法按优化目标(857, 87)调整后的列车运行图

和FCFS法对于场景2前2个干扰影响到的车次,均未调整发车次序,而是仍按原有次序依次调整到发时刻,仅在第3个干扰下分别对列车次序进行了调整,这是因为场景2中的干扰均属于区间运行干扰的缘故;对于第1个优化目标列车总晚点时间,FCFS法得到的结果是改进 $\epsilon$ -约束法的1.02倍,总晚点时间比后者多14 min;对于运行至终点站仍存在晚点的列车数量,改进 $\epsilon$ -约束法下为2列,而FCFS法为3列。

### 3) 场景3

该场景下,运用改进 $\epsilon$ -约束法(优化目标为

(1 180, 115))和FCFS法(优化目标为(1 415, 115))进行列车运行调整后,得到的运行图分别如图9和图10所示。从图9和图10可以看出:在存在多种类型干扰的场景3下,尽管对于区间运行干扰下FCFS法和改进 $\epsilon$ -约束法的调整方案相似,但由于FCFS法没有调整次序的能力,其无法得到全局最优解;在相同的第2个优化目标下,对于第1个优化目标列车总晚点时间,FCFS法是改进 $\epsilon$ -约束法的1.20倍,总晚点时间比后者多235 min;对于运行至终点站仍存在晚点的列车数量,改进 $\epsilon$ -约束法为4列,而FCFS法为7列。

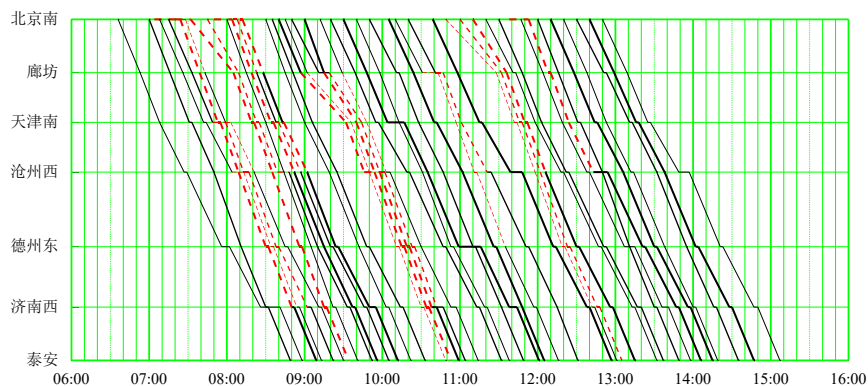


图9 场景3下运用改进 $\epsilon$ -约束法按优化目标(1 180, 115)调整后的列车运行图



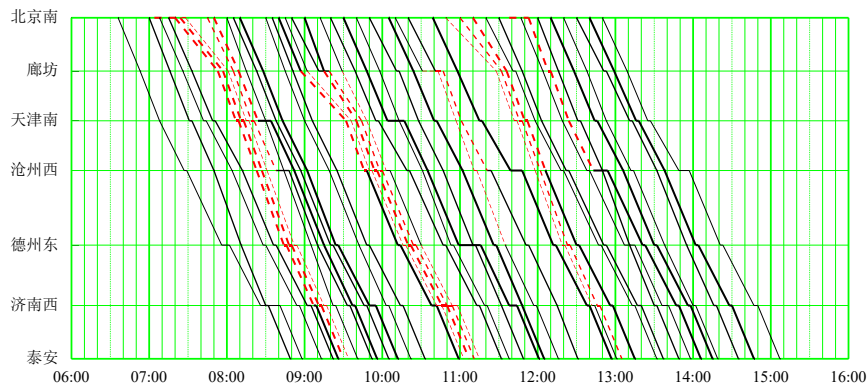


图 10 场景 3 下运用 FCFS 法按优化目标 (1 415, 115) 调整后的列车运行图

### 3.3.3 3 种求解算法的性能指标比较

3 种场景下 3 种求解算法的性能指标见表 2。此外，表中还给出了算法的总计算时间和对应得到非支配解的平均计算时间，其中加粗数据表示该算法对应性能指标最优。从表 2 中可以看出：改进  $\epsilon$ -约束法在 NNS, IGD 和 HV 这 3 种性能指标中均优于加权法和 FCFS 法，且得到了整个 Pareto 前沿，但由于算出了所有的非支配解，所以其总计算时间较长，即在场景 2 和场景 3 中大于加权法和 FCFS 法；加权法并没有算得全部 Pareto 前沿，还存在一些不必要的计算，在场景 1 中总时间最长；对于非

支配解的平均计算时间，加权法同样大于改进  $\epsilon$ -约束法；FCFS 法作为一种启发式策略，其计算时间会明显优于其他基于求解器的精确算法，但其计算结果并不能保证最优。

综上，本文提出的改进  $\epsilon$ -约束法，能够有效求解提出的基于双目标优化的高速铁路列车运行调整模型的整个 Pareto 前沿。对于其计算时间在部分场景中较长的问题，实际中调度员可以有选择的控制改进  $\epsilon$ -约束法中的次优化目标对应的约束范围，控制得到的非支配解的数量和偏好，降低调度员对不感兴趣区域搜索所需要的时间。

表 2 不同场景下的算法性能

干扰场景	求解方法	优化性能评价指标			计算时间/s	单个非支配解平均计算时间/s
		NNS	IGD	HV		
场景 1	改进 $\epsilon$ -约束法	19	0	0.127 2	81.072 3	4.267 0
	加权法	7	13.607 3	0.118 6	133.177 2	19.025 3
	FCFS 法	1	179.254 1	0.002 5	0.020 6	0.020 6
场景 2	改进 $\epsilon$ -约束法	26	0	0.404 4	731.813 1	28.146 7
	加权法	5	$2.289 8 \times 10^3$	0.198 8	189.052 6	37.810 5
	FCFS 法	1	$2.450 2 \times 10^3$	0	0.016 5	0.016 5
场景 3	改进 $\epsilon$ -约束法	41	0	0.361 5	2 269.795 0	55.360 9
	加权法	5	$1.100 8 \times 10^3$	0.187 7	477.516 5	95.503 3
	FCFS 法	1	$1.510 7 \times 10^3$	0.062 3	0.011 4	0.011 4

## 4 结 论

(1) 以列车运行调整的列车总晚点时间和列车到发时刻调整次数 2 个优化目标，以车站作业、区间运行、追踪间隔等时间为约束条件，构建高速铁路列车运行调整的双目标优化模型；对模型中的非线性项进行线性化处理；提出的改进  $\epsilon$ -约束法对模型求解。

(2) 提出的改进  $\epsilon$ -约束法，得到了包括非凸前沿的整个 Pareto 前沿，可以为调度部门提供不同

的列车调整决策方案，并且在非支配解个数 NNS, 迭代距 IGD 和超体积 HV 这 3 个优化性能评价指标上均优于加权法和 FCFS 法。与加权法相比，大部分非支配解对应列车总晚点时间和列车到发时刻调整次数相同，但改进  $\epsilon$ -约束法的计算时间更短；对于边界值，加权法可能会得到支配解，但改进  $\epsilon$ -约束法对应调整后的总晚点时间更短。与 FCFS 法相比，改进  $\epsilon$ -约束法能够得到多样化的结果，在列车到发时刻调整次数相近情况下，总晚点时间更短，终点站晚点列车个数更少。

(3) 当更加复杂的干扰场景, 求解问题规模增大后, 计算整个 Pareto 前沿会消耗过多时间, 可以在 Pareto 前沿中选择调度员感兴趣的搜索方向, 搜索部分非支配解。此外, 还可以通过设计一些启发式方法和多目标进化计算算法, 在有限时间获得收敛性、多样性好的近似前沿。

## 参 考 文 献

- [ 1 ] 王宏刚, 张琦, 王建英, 等. 基于遗传算法的高速铁路行车调整模型[J]. 中国铁道科学, 2006, 27(3): 96-100.  
(WANG Honggang, ZHANG Qi, WANG Jianying, et al. GA-Based Model of Train Operation Adjustment for High-Speed Railway [J]. China Railway Science, 2006, 27 (3): 96-100. in Chinese)
- [ 2 ] 庄河, 何世伟, 戴杨铖. 高速铁路列车运行调整的模型及其策略优化方法[J]. 中国铁道科学, 2017, 38(2): 118-126.  
(ZHUANG He, HE Shiwei, DAI Yangcheng. Train Operation Adjustment Model and Strategy Optimization Method for High Speed Railway [J]. China Railway Science, 2017, 38 (2): 118-126. in Chinese)
- [ 3 ] 季学胜, 孟令云. 列车到发时刻与进路同步优化的高速铁路列车运行调整模型[J]. 中国铁道科学, 2014, 35(4): 117-123.  
(JI Xuesheng, MENG Lingyun. Train Operation Adjustment Model for Synchronously Optimizing Train Arrival/Departure Time and Route on High Speed Railway Network [J]. China Railway Science, 2014, 35 (4): 117-123. in Chinese)
- [ 4 ] 王涛, 张琦, 赵宏涛, 等. 基于替代图的列车运行调整计划编制及优化方法[J]. 中国铁道科学, 2013, 34(5): 126-133.  
(WANG Tao, ZHANG Qi, ZHAO Hongtao, et al. A Method for Generation and Optimization of Train Operation Adjustment Plan Based on Alternative Graph [J]. China Railway Science, 2013, 34 (5): 126-133. in Chinese)
- [ 5 ] CACCHIANI V, HUISMAN D, KIDD M, et al. An Overview of Recovery Models and Algorithms for Real-Time Railway Rescheduling [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2014, 63: 15-37.
- [ 6 ] FANG W, YANG S X, YAO X. A Survey on Problem Models and Solution Approaches to Rescheduling in Railway Networks [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2015, 16 (6): 2997-3016.
- [ 7 ] KÖNIG E. A Review on Railway Delay Management [J]. Public Transport, 2020, 12 (2): 335-361.
- [ 8 ] LI X, SHOU B Y, RALESCU D. Train Rescheduling with Stochastic Recovery Time: a New Track-Backup Approach [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2014, 44 (9): 1216-1233.
- [ 9 ] ZHAN S G, KROON L G, VEELANTURF L P, et al. Real-Time High-Speed Train Rescheduling in Case of a Complete Blockage [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2015, 78: 182-201.
- [ 10 ] ZHAN S G, KROON L G, ZHAO J, et al. A Rolling Horizon Approach to the High Speed Train Rescheduling Problem in Case of a Partial Segment Blockage [J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2016, 95: 32-61.
- [ 11 ] LOUWERSE I, HUISMAN D. Adjusting a Railway Timetable in Case of Partial or Complete Blockades [J]. European Journal of Operational Research, 2014, 235 (3): 583-593.
- [ 12 ] VEELANTURF L P, KIDD M P, CACCHIANI V, et al. A Railway Timetable Rescheduling Approach for Handling Large-Scale Disruptions [J]. Transportation Science, 2016, 50 (3): 841-862.
- [ 13 ] ZHU Y Q, GOVERDE R M P. Dynamic and Robust Timetable Rescheduling for Uncertain Railway Disruptions [J]. Journal of Rail Transport Planning & Management, 2020, 15: 100196.
- [ 14 ] WANG M M, WANG L, XU X Y, et al. Genetic Algorithm-Based Particle Swarm Optimization Approach to Reschedule High-Speed Railway Timetables: a Case Study in China [J]. Journal of Advanced Transportation, 2019, 2019: 6090742.
- [ 15 ] SHAKIBAYIFAR M, SHEIKHOLESLAMI A, JAMILI A. A Multi-Objective Decision Support System for Real-Time Train Rescheduling [J]. IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine, 2018, 10 (3): 94-109.
- [ 16 ] BINDER S, MAKNOON Y, BIERLAIRE M. The Multi-Objective Railway Timetable Rescheduling Problem [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2017, 78: 78-94.
- [ 17 ] ALTAZIN E, DAUZÈRE-PÉRÈS S, RAMOND F, et al. A Multi-Objective Optimization-Simulation Approach for Real Time Rescheduling in Dense Railway Systems [J]. European Journal of Operational Research, 2020, 286 (2): 662-672.
- [ 18 ] GRANDINETTI L, PISACANE O, SHEIKHALISHAHI M. An Approximate  $\epsilon$ -Constraint Method for a Multi-Objective Job Scheduling in the Cloud [J]. Future Generation Computer Systems, 2013, 29 (8): 1901-1908.

- [19] MAVROTAS G. Effective Implementation of the  $\epsilon$ -Constraint Method in Multi-Objective Mathematical Programming Problems [J]. Applied Mathematics and Computation, 2009, 213 (2): 455-465.
- [20] MAVROTAS G, FLORIOS K. An Improved Version of the Augmented  $\epsilon$ -Constraint Method (AUGMECON2) for Finding the Exact Pareto Set in Multi-Objective Integer Programming Problems [J]. Applied Mathematics and Computation, 2013, 219 (18): 9652-9669.
- [21] YEN G G, HE Z N. Performance Metric Ensemble for Multiobjective Evolutionary Algorithms [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2014, 18 (1): 131-144.
- [22] LOFBERG J. YALMIP: a Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB [C]// 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Taipei, Taiwan, China. New York: IEEE Press, 2004: 284-289.

## High-Speed Railway Train Operation Adjustment Based on Bi-Objective Optimization

YAN Lu<sup>1</sup>, ZHANG Qi<sup>2,3</sup>, DING Shuxin<sup>2,3</sup>, WANG Rongsheng<sup>1,2,3</sup>

(1. Postgraduate Department, China Academy of Railway Sciences, Beijing 100081, China;

2. Signal & Communication Research Institute, China Academy of Railway Sciences Corporation Limited, Beijing 100081, China;

3. The Center of National Railway Intelligent Transportation System Engineering and Technology, China Academy of Railway Sciences Corporation Limited, Beijing 100081, China)

**Abstract:** In view of the situation of the train operation delay caused by interference during the operation of high-speed railway trains, taking the station operation time, running time in sections and headway are used as the constraints, with minimizing the total delay time of trains and minimizing the adjustment times of train arrival/departure time as double optimization objectives, a bi-objective optimization model for high-speed railway train operation adjustment is constructed, and it is transformed into a linear programming model by defining auxiliary matrixes. An improved  $\epsilon$ -constraint method is designed and the model is solved by the commercial solver GUROBI. Taking the Beijingnan-Tai'an section of Beijing-Shanghai high-speed railway as an example, three interference scenarios are designed and the model and algorithm in this paper are used to adjust the train operation. The results are compared and verified with the results obtained by the model using the weighting method and the first-come-first-served method. Results show that the proposed model and the improved  $\epsilon$ -constraint method can effectively generate rescheduling strategies under different adjustment times of train arrive/departure time and can provide dispatchers with decision-making schemes under different preferences. Compared with the weighting method and the first-come-first-served method, the improved  $\epsilon$ -constraint method can obtain the entire Pareto front, especially the nonconvex front. It has obvious advantages in the three optimization performance evaluation indicators of the number of non-dominated solutions, inverted generational distance and hypervolume, and can obtain a better train operation adjustment scheme.

**Key words:** High-speed railway; Train operation adjustment; Train delay; Multi-objective optimization;  $\epsilon$ -constraint method

(责任编辑 耿枢馨)